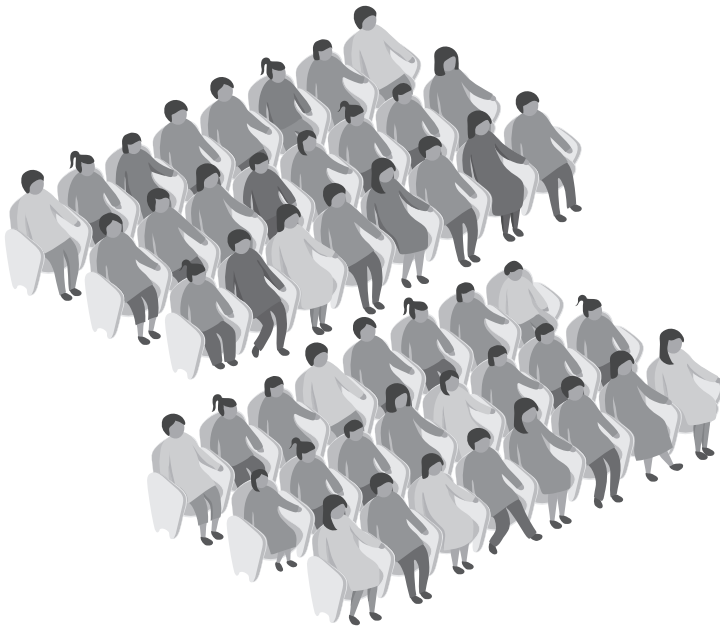


# **WNISKOWANIE NA PODSTAWIE PRÓB LOSOWYCH I NIELOSOWYCH**



Mirostław Szreder  
Arkadiusz Kozłowski

# WNISKOWANIE NA PODSTAWIE PRÓB LOSOWYCH I NIELOSOWYCH



Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego  
Gdańsk 2024

Recenzent  
Prof. dr hab. Marek Walesiak

Redaktor Wydawnictwa  
Justyna Zyśk

Projekt okładki i stron tytułowych  
Kaja Mucha

Skład i łamanie  
Łukasz Gwizdała

Publikacja sfinansowana ze środków  
Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego

© Copyright by Uniwersytet Gdański, 2024  
Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego

ISBN 978-83-8206-632-6

Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego  
ul. Armii Krajowej 119/121, 81-824 Sopot  
tel. +48 58 523 11 37, tel. kom. +48 725 991 206  
e-mail: [wydawnictwo@ug.edu.pl](mailto:wydawnictwo@ug.edu.pl)  
[wydawnictwo.ug.edu.pl](http://wydawnictwo.ug.edu.pl)

Księgarnia internetowa: [wydawnictwo.ug.edu.pl/sklep/](http://wydawnictwo.ug.edu.pl/sklep/)

Druk i oprawa  
Zakład Poligrafii Uniwersytetu Gdańskiego  
ul. Armii Krajowej 119/121, 81-824 Sopot  
tel. +48 58 523 14 49

# Spis treści

<b>Wprowadzenie . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>Rozdział 1. Atrybuty losowości i prawdopodobieństwa . . .</b>	<b>13</b>
1.1. Zdarzenia losowe i wybór losowy (losowanie) . . . . .	13
1.2. Prawdopodobieństwo – definicja, interpretacje, zastosowania . .	21
1.3. Percepcja prawdopodobieństwa . . . . .	31
<b>Rozdział 2. Teoretyczne podstawy wnioskowania statystycznego . . . . .</b>	<b>41</b>
2.1. Próba losowa i próba losowa prosta . . . . .	41
2.2. Znaczenie losowości próby w interpretacji i ocenie estymatorów . . . . .	48
2.3. Próby losowe nieproste (złożone) . . . . .	56
2.4. Próby nielosowe . . . . .	65
<b>Rozdział 3. Estymacja punktowa i przedziałowa . . . . .</b>	<b>81</b>
3.1. Estymacja metodą momentów . . . . .	81
3.2. Estymacja metodą największej wiarygodności . . . . .	84
3.3. Estymacja metodą najmniejszych kwadratów . . . . .	89
3.4. Przedziały ufności – konstrukcja i interpretacja . . . . .	92
<b>Rozdział 4. Estymacja z wykorzystaniem informacji spoza próby . . . . .</b>	<b>105</b>
4.1. Ważenie jednostek i kalibracja wag . . . . .	105
4.2. Wykorzystanie modeli regresji do szacowania parametrów opisowych . . . . .	115
4.3. Podejście bayesowskie . . . . .	123

<b>Rozdział 5. Weryfikacja hipotez – współczesne wyzwania . .</b>	<b>133</b>
5.1. Testowanie hipotez statystycznych według koncepcji Neymana-Pearsona i Fishera . . . . .	133
5.2. Rola i znaczenie wskaźnika <i>p-value</i> w testowaniu hipotez . . . .	146
5.3. Weryfikacja hipotez w czasach <i>big data</i> . . . . .	154
<b>Rozdział 6. Próby nieproste jako podstawa wnioskowania . .</b>	<b>167</b>
6.1. Estymacja wartości średniej i frakcji w losowaniu warstwowym . . . . .	167
6.2. Estymacja wartości średniej i frakcji w losowaniu zespołowym . . . . .	173
<b>Rozdział 7. Nielosowe próby jako podstawa     wnioskowania o populacji . . . . .</b>	<b>179</b>
7.1. Obciążenie i średni błąd kwadratowy w próbach nielosowych . . . . .	179
7.2. Zmniejszanie obciążenia szacunków z prób nielosowych . . . . .	190
7.3. Próby nielosowe vs. próby losowe – porównania empiryczne . . . .	198
<b>Podsumowanie . . . . .</b>	<b>207</b>
<b>Załączniki . . . . .</b>	<b>211</b>
1. Wyciąg z oświadczenia Amerykańskiego Towarzystwa Statystycznego na temat statystycznej istotności oraz <i>p-value</i> . .	211
2. Amerykańskie Stowarzyszenie Badaczy Opinii Publicznej o badaniach wykorzystujących internetowe próby wolontariuszy . . . . .	216
<b>Literatura . . . . .</b>	<b>219</b>
<b>Indeks rzeczowy . . . . .</b>	<b>231</b>

# Wprowadzenie

Termin „wnioskowanie” oznacza rozumowanie i formułowanie sądów na podstawie określonych przesłanek stanowiących niepełny opis sytuacji oraz okoliczności, do których czynności te się odnoszą. Wnioskowanie zawiera w sobie zawsze pewien element niepewności, będący konsekwencją niekompletnej informacji, jaką dysponuje osoba wnioskująca. „Z pośpiechu przybył wnioskował, że sprawa jest ważna” – taki przykład użycia terminu „wnioskowanie” podaje jeden ze słowników (Sobol red. 1993: 1031). Wnioskował, a więc domniemywał, czyli wyrażał osąd z pełną świadomością tego, że niekoniecznie musi być prawdziwy.

W codziennym życiu jesteśmy zmuszeni często odwoływać się do wnioskowania, gdyż rzeczywistość, w której funkcjonujemy, okazuje się na tyle złożona i zmienna, że trudno określić ją – nawet w odniesieniu do dość prostych i powtarzalnych sytuacji – jako dobrze poznaną. Godzimy się z tym, że musimy działać i podejmować decyzje w warunkach niepewności. „Jesteśmy pewni tylko naszej niepewności” – słowa filozofa Leszka Kołakowskiego (Mentzel 2020: 373) trafnie opisują typowe dla współczesnego człowieka wyzwanie: być zdolnym do funkcjonowania w rzeczywistości, którą opisują jedynie niekompletne i niedoskonałe przesłanki. O wyniku wnioskowania przesądzą dwa zasadnicze elementy: przesłanki (informacje, dane), którymi dysponuje wnioskujący, oraz metody lub techniki rozumowania, w tym często

heurystyki, jakie wykorzystuje. Innymi słowy, informacje i sposób ich przetwarzania są kluczowe w procesie wnioskowania.

Źródła dostępnej informacji – pierwszy z tych elementów – mogą mieć różny charakter. Różne też mogą być ich klasyfikacje. W przypadku, gdy są to informacje liczbowe, co we współczesnym świecie jest coraz powszechniejsze, stają się one obiektem zainteresowania statystyków. Statystyka jako nauka dostarcza zarówno metodyki syntetycznego opisu prawidłowości występujących w całych zbiorowościach (statystyka opisowa), jak i metodyki wnioskowania o tych zbiorowościach, gdy dostępna jest o nich jedynie niepełna informacja – informacja z próby (wnioskowanie statystyczne). Ściśle rzecz biorąc, wnioskowanie statystyczne w ujęciu klasycznym, odwołujące się do określonej interpretacji prawdopodobieństwa, wykorzystuje szczególny rodzaj prób, mianowicie próby losowe (probabilistyczne). Cały matematyczny model klasycznego wnioskowania statystycznego jest oparty na precyzyjnej definicji próby losowej prostej. W praktyce badań naukowych, w szczególności w naukach ekonomicznych i społecznych, próby losowe proste i złożone bywają trudne do pozyskania. Znacznie łatwiejszy dostęp mają badacze do prób niespełniających warunków losowości – prób nielosowych. Oba te rodzaje prób – losowe i nielosowe – stosowane są w praktyce i zyskały już swoje miejsce w literaturze naukowej.

W tytule niniejszej monografii celowo nie użyliśmy terminu „wnioskowanie statystyczne”, gdyż jej treść obejmuje zarówno wnioskowanie oparte na próbach losowych, jak i próbach nielosowych. Dla teorii statystyki próby nielosowe stanowią wciąż spore wyzwanie. Z jednej strony niektóre techniki nielosowego doboru próby są od wielu lat z powodzeniem stosowane w praktyce (np. wybór kwotowy), a z drugiej wciąż brakuje ustalonych formalnych ram teoretycznych dla wnioskowania na ich podstawie. Presja ze strony badaczy-praktyków, by posługiwać się wnioskowaniem opartym na próbach nielosowych lub kombinacji prób losowych i nielosowych, jest coraz większa. Przyczynia się do



tego między innymi rozwój sieci internetowej i komunikatorów społecznych (ang. *social media*), które stanowią zachętę i pokusę do stosowania wnioskowania opartego na próbach przypadkowych (wygodnych, ang. *convenience samples*) lub skoncentrowanych na ankietowaniu wolontariuszy (ang. *opt-in online surveys*). Statystycy przywiązani pryncypialnie do losowego generowania obserwacji w próbie nie mogą na te wyzwania praktyki nie starać się odpowiedzieć. Literatura światowa, w tym polska, zdaje się potwierdzać, że oczekiwanie praktyków na wypracowanie naukowo ugruntowanych zasad wnioskowania na podstawie prób nielosowych jest stopniowo zaspokajane. Jednocześnie nadal dużym zainteresowaniem cieszą się sposoby doskonalenia próbkowania losowego oraz wnioskowania za pomocą prób losowych.

Celem monografii jest przedstawienie i przedyskutowanie możliwości wnioskowania o parametrach populacji na podstawie prób uzyskanych za pomocą wybranych technik probabilistycznych i nieprobabilistycznych. Szczególną uwagę poświęcamy współczesnym wyzwaniom, z jakimi spotykają się statystycy i inni badacze stosujący metody opisu i wnioskowania statystycznego. Prezentujemy zarówno najważniejsze teoretyczne podstawy wnioskowania statystycznego, jak i oczekiwania praktyków ukierunkowane na wykorzystanie informacji spoza próby, zastosowania prób nielosowych, a także poprawne posługiwanie się narzędziami testowania hipotez statystycznych w obliczu toczącej się w świecie dyskusji na temat istotności statystycznej.

Rozdział pierwszy zawiera prezentację i dyskusję dylematów losowości oraz różnych interpretacji prawdopodobieństwa stosowanych w statystyce klasycznej i bayesowskiej. W treści tego rozdziału zwracamy między innymi uwagę na rozumienie i percepcję prawdopodobieństwa przez osoby używające tej kategorii (w nauce lub poza nią) do wyrażenia stopnia niepewności na określony temat. Omówione atrybuty losowości i prawdopodobieństwa wydają się ważne,

w szczególności biorąc pod uwagę, że matematyczny model wnioskowania statystycznego jest modelem probabilistycznym. Teoretyczne (matematyczne) podstawy wnioskowania statystycznego zostały scharakteryzowane w rozdziale 2. Przedstawiono tu definicję próby losowej prostej, stanowiącej podstawową kategorię w matematycznym modelu wnioskowania. A ponadto omówiono inne (nieproste) schematy probabilistycznego wyboru prób oraz najważniejsze cechy prób nielosowych i ich zastosowania.

Rozdziały 3 i 4 dotyczą estymacji, która obok testowania hipotez statystycznych (rozd. 5), stanowi jeden z dwóch najważniejszych rodzajów wnioskowania statystycznego. W rozdziale 3 zostały omówione trzy metody estymacji punktowej: metoda momentów (MM), metoda największej wiarygodności (MNW) i metoda najmniejszych kwadratów (MNK), a ponadto zasadnicze elementy estymacji przedziałowej – przedziały ufności. W rozdziale 4 z kolei podjęto dyskusję na temat ważnych zagadnień związanych z estymacją opartą na kombinacji dwóch źródeł informacji: z próby i spoza próby (informacji *a priori*). W tym kontekście omówiono trzy podejścia do estymacji: wolne od modelu, wspomagane modelem i modelowe. Czytelnik znajdzie tam również podrozdział na temat bayesowskiego podejścia do wnioskowania statystycznego, zaliczanego do podejść nieklasycznych.

Rozdział 5 jest poświęcony zagadnieniom weryfikacji hipotez statystycznych, w tym podejścia do testowania hipotez w ujęciu Neymana-Pearsona oraz w ujęciu Fishera. Zwracamy w nim uwagę na toczącą się współcześnie w światowej literaturze naukowej dyskusję o znaczeniu kategorii statystycznej istotności oraz rozstrzygnięciu o niej z użyciem popularnego wskaźnika prawdopodobieństwa krytycznego (*p-value*). Omawiamy ponadto szanse i zagrożenia wynikające z łatwiejszego niż w przeszłości dostępu do dużych liczebnie prób badawczych (ang. *big data*).

W rozdziale 6 przedstawiono szczegółowe formuły analityczne znajdujące zastosowanie w estymacji średniej arytmetycznej oraz frakcji w populacji na podstawie dwóch popularnych w praktyce rodzajów próbkowania nieprostego: losowania warstwowego i losowania zespołowego.

Rozdział 7 zawiera rozważania analityczne odnoszące się do dokładności i precyzji wnioskowania opartego na próbach nielosowych. Wskazujemy w nim ramy metodologiczne, które mogą służyć zarówno do szacowania parametrów populacji, jak i do oceny dokładności szacunków. W ostatnim podrozdziale zostały sformułowane wnioski z porównań empirycznych dotyczących efektywności wnioskowania na podstawie prób losowych i nielosowych.

Zagadnienia przedstawione w tej monografii wydają się nam ważne ze względu na coraz silniej zarysowujące się tendencje do stosowania we wnioskowaniu nie tylko prób losowych, lecz także nielosowych, a obok tego łączenia różnych zbiorów danych, które ostatecznie stanowią podstawę formułowania prawidłowości o poddanej badaniu zbiorowości.