

Mechanika kwantowa



Stanisław Kryszewski

# Mechanika kwantowa

Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2018

Recenzja

*prof. dr hab. Andrzej Raczyński (UMK)*

Redakcja

*Dorota Zgaińska*

Projekt okładki i stron tytułowych

*Gabriela Gic-Grusza*

Publikacja sfinansowana z działalności statutowej Wydziału Matematyki, Fizyki i Informatyki  
Uniwersytetu Gdańskiego

©Copyright by Stanisław Kryszewski

©Copyright by Uniwersytet Gdański  
Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego

ISBN 978-83-7865-757-6

Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego  
ul. Armii Krajowej 119/12, 81-824 Sopot  
tel./fax 58 523 11 37, tel. 725 991 206  
e-mail: [wydawnictwo@ug.edu.pl](mailto:wydawnictwo@ug.edu.pl)  
[www.wyd.ug.edu.pl](http://www.wyd.ug.edu.pl)

Księgarnia internetowa: [www.kiw.ug.edu.pl](http://www.kiw.ug.edu.pl)

# Spis treści

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Od Autora</b>   | <b>11</b> |
| 0.1 Mechanika kwantowa nie jest łatwa . . . . .                | 11        |
| 0.2 Informacje dla Czytelnika . . . . .                        | 13        |
| <b>1 Cząstki i fale</b>  | <b>15</b> |
| 1.1 Fale elektromagnetyczne i fotony . . . . .                 | 15        |
| 1.2 Analiza doświadczenia interferencyjnego Younga . . . . .   | 17        |
| 1.2.1 Eksperyment pierwszy – jedna szczelina otwarta . . . . . | 18        |
| 1.2.2 Eksperyment drugi – obie szczeliny otwarte . . . . .     | 19        |
| 1.2.3 Dyskusja opisu korpuskularnego . . . . .                 | 20        |
| 1.3 Dualizm korpuskularno-falowy . . . . .                     | 22        |
| 1.3.1 Podsumowanie omawianych doświadczeń . . . . .            | 22        |
| 1.3.2 Potrzeba innego opisu . . . . .                          | 22        |
| 1.3.3 Dualizm korpuskularno-falowy . . . . .                   | 24        |
| 1.4 Idea rozkładu spektralnego . . . . .                       | 25        |
| 1.4.1 Dyskusja eksperymentu polaryzacyjnego . . . . .          | 25        |
| 1.4.2 Wnioski kwantowo-mechaniczne . . . . .                   | 27        |
| <b>2 Funkcje falowe i równanie Schrödingera</b>                | <b>29</b> |
| 2.1 Hipoteza de Broglie’a. Funkcje falowe . . . . .            | 29        |
| 2.2 Równanie Schrödingera . . . . .                            | 31        |
| 2.2.1 Uwagi i komentarze . . . . .                             | 32        |
| 2.2.2 Uzasadnienie równania Schrödingera . . . . .             | 33        |
| 2.2.3 Uogólnienie . . . . .                                    | 35        |
| 2.3 Probabilistyczna interpretacja funkcji falowej . . . . .   | 36        |
| 2.4 Gęstość i prąd prawdopodobieństwa . . . . .                | 39        |
| 2.4.1 Gęstość prądu prawdopodobieństwa . . . . .               | 39        |
| 2.4.2 Ciągłość prawdopodobieństwa . . . . .                    | 40        |
| <b>3 Stacjonarne równanie Schrödingera</b>                     | <b>43</b> |
| 3.1 Wyprowadzenie . . . . .                                    | 43        |
| 3.2 Ogólne rozwiązania . . . . .                               | 44        |
| 3.3 Cząstka swobodna . . . . .                                 | 45        |
| 3.3.1 Stacjonarne funkcje falowe . . . . .                     | 45        |
| 3.3.2 Problemy interpretacyjne . . . . .                       | 46        |
| 3.3.3 Nowa (inna) interpretacja . . . . .                      | 48        |
| 3.4 Stany związane i rozproszeniowe . . . . .                  | 48        |
| 3.4.1 Dyskusja ogólna . . . . .                                | 48        |
| 3.4.2 Uwagi o ciągłości funkcji falowych . . . . .             | 50        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>Podstawy formalizmu mechaniki kwantowej</b>                       | <b>51</b>  |
| 4.1      | Przegląd metod matematycznych . . . . .                              | 51         |
| 4.1.1    | Przestrzeń funkcji falowych – przestrzeń Hilberta . . . . .          | 51         |
| 4.1.2    | Operatory liniowe na przestrzeni funkcji falowych . . . . .          | 54         |
| 4.1.3    | Operatory hermitowskie . . . . .                                     | 59         |
| 4.2      | Pomiary kwantowo-mechaniczne . . . . .                               | 61         |
| 4.2.1    | Obserwable . . . . .   | 61         |
| 4.2.2    | Pomiar kwantowo-mechaniczny . . . . .                                | 62         |
| 4.2.3    | Postulaty pomiarowe . . . . .  | 66         |
| 4.3      | Wartości oczekiwane i wariancje . . . . .                            | 67         |
| 4.3.1    | Wartości oczekiwane . . . . .  | 67         |
| 4.3.2    | Wariancje . . . . .  | 69         |
| 4.4      | Konstrukcja operatorów – obserwabli . . . . .                        | 71         |
| 4.4.1    | Operatory położenia i pędu . . . . .                                 | 71         |
| 4.4.2    | Zasada odpowiedniości . . . . .                                      | 72         |
| 4.4.3    | Hamiltonian cząstki . . . . .  | 74         |
| 4.5      | Nawiasy Poissona i relacje komutacyjne. Metoda kwantowania . . . . . | 74         |
| <b>5</b> | <b>Równanie Schrödingera</b>   | <b>77</b>  |
| 5.1      | Zachowanie normy wektora stanu – funkcji falowej . . . . .           | 77         |
| 5.2      | Równanie Schrödingera dla układu konserwatywnego . . . . .           | 78         |
| 5.2.1    | Ewolucja w czasie . . . . .  | 79         |
| 5.2.2    | Normowanie funkcji falowej (5.20) . . . . .                          | 81         |
| 5.2.3    | Stan początkowy – stan własny hamiltonianu . . . . .                 | 82         |
| 5.2.4    | Uwagi o zachowaniu energii . . . . .                                 | 83         |
| 5.3      | Ewolucja wartości oczekiwanej obserwabli . . . . .                   | 84         |
| 5.3.1    | $\langle A \rangle_t$ – liczbowa funkcja czasu . . . . .             | 84         |
| 5.3.2    | Równanie ruchu dla $\langle A \rangle_t$ . . . . .                   | 84         |
| 5.4      | Równania Ehrenfesta . . . . .  | 86         |
| 5.4.1    | Wyprowadzenie równań Ehrenfesta . . . . .                            | 86         |
| 5.4.2    | Dyskusja. Granica klasyczna . . . . .                                | 88         |
| <b>6</b> | <b>Zasada nieoznaczoności</b>  | <b>91</b>  |
| 6.1      | Formalna zasada nieoznaczoności . . . . .                            | 91         |
| 6.1.1    | Pojęcia wstępne . . . . .  | 91         |
| 6.1.2    | Zasada nieoznaczoności . . . . .                                     | 93         |
| 6.1.3    | Warunki minimalizacji zasady nieoznaczoności . . . . .               | 93         |
| 6.2      | Dyskusja i pewne zastosowania . . . . .                              | 94         |
| 6.2.1    | Ogólne sformułowanie . . . . .                                       | 94         |
| 6.2.2    | Relacja nieoznaczoności położenie-pęd . . . . .                      | 95         |
| 6.2.3    | Zastosowanie do atomu w modelu Bohra . . . . .                       | 96         |
| 6.3      | Zasada nieoznaczoności energia-czas . . . . .                        | 97         |
| <b>7</b> | <b>Ważny przykład. Oscylator harmoniczny</b>                         | <b>101</b> |
| 7.1      | Klasyczny oscylator harmoniczny . . . . .                            | 101        |
| 7.2      | Dlaczego oscylator jest taki ważny? . . . . .                        | 102        |
| 7.3      | Stacjonarne równanie Schrödingera dla oscylatora . . . . .           | 103        |
| 7.3.1    | Zamiana zmiennych . . . . .  | 104        |
| 7.3.2    | Zachowanie asymptotyczne . . . . .                                   | 105        |
| 7.3.3    | Równanie dla funkcji $f(\xi)$ . . . . .                              | 106        |
| 7.3.4    | Rozwiązania. Wielomiany Hermite’a . . . . .                          | 107        |
| 7.3.5    | Podsumowanie: funkcje i energie własne oscylatora . . . . .          | 109        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 7.4       | Pewne zastosowania . . . . .  | 110        |
| 7.4.1     | Element macierzowy operatora położenia . . . . .  | 110        |
| 7.4.2     | Element macierzowy operatora pędu . . . . .   | 111        |
| 7.4.3     | Elementy macierzowe $\langle k   x^2   n \rangle$ i $\langle k   p^2   n \rangle$ . . . . . | 112        |
| 7.4.4     | Zasada nieoznaczoności dla oscylatora w stanie $\psi_n(x)$ . . . . .                        | 113        |
| 7.4.5     | Szacowanie energii stanu podstawowego z zasady nieoznaczoności . . . . .                    | 114        |
| <b>8</b>  | <b>Notacja Diraca</b> . . . . .   | <b>117</b> |
| 8.1       | Abstrakcyjna przestrzeń wektorów stanu . . . . .  | 117        |
| 8.2       | Kety i bra. Notacja Diraca . . . . .  | 118        |
| 8.3       | Operatory liniowe . . . . .   | 120        |
| 8.3.1     | Operatory, kety i bra . . . . .   | 120        |
| 8.3.2     | Operator rzutowy . . . . .  | 121        |
| 8.4       | Sprzężenia hermitowskie w notacji Diraca . . . . .  | 122        |
| 8.4.1     | Definicja operatora sprzężonego . . . . .   | 122        |
| 8.4.2     | Własności sprzężenia hermitowskiego . . . . .   | 122        |
| 8.4.3     | Uwagi dodatkowe i przykłady . . . . .   | 123        |
| 8.4.4     | Notacja Diraca – reguły mnemotechniczne . . . . .   | 124        |
| 8.5       | Operatory hermitowskie – obserwable . . . . .   | 124        |
| <b>9</b>  | <b>Reprezentacje w przestrzeni stanów</b> . . . . .   | <b>127</b> |
| 9.1       | Definicja reprezentacji . . . . .   | 127        |
| 9.1.1     | Intuicyjne wprowadzenie . . . . .   | 127        |
| 9.1.2     | Relacje ortonormalności i zupełności . . . . .  | 128        |
| 9.2       | Reprezentacje ketów, bra oraz operatorów . . . . .  | 129        |
| 9.2.1     | Reprezentacje ketów i bra . . . . .   | 129        |
| 9.2.2     | Reprezentacja iloczynu skalarnego . . . . .   | 130        |
| 9.2.3     | Uwagi o normowaniu . . . . .  | 131        |
| 9.2.4     | Reprezentacja wektora $ \tilde{\psi}\rangle = \hat{A} \psi\rangle$ . . . . .                | 131        |
| 9.2.5     | Reprezentacja iloczynu operatorów . . . . .   | 132        |
| 9.2.6     | Elementy macierzowe operatora sprzężonego . . . . .   | 133        |
| 9.2.7     | Wyrażenie dla $\langle \varphi   \hat{A}   \psi \rangle$ . . . . .                          | 133        |
| 9.3       | Nowa terminologia . . . . .   | 134        |
| 9.3.1     | Funkcje falowe w reprezentacji $U$ . . . . .  | 134        |
| 9.3.2     | Operatory w reprezentacji $U$ . . . . .   | 135        |
| 9.3.3     | Wyjaśnienia dodatkowe . . . . .   | 136        |
| <b>10</b> | <b>Reprezentacje położeniowa i pędowa</b> . . . . .   | <b>139</b> |
| 10.1      | Reprezentacja położeniowa . . . . .   | 139        |
| 10.1.1    | Definicja reprezentacji położeniowej . . . . .  | 139        |
| 10.1.2    | Funkcje falowe w reprezentacji położeniowej . . . . .                                       | 140        |
| 10.1.3    | Operatory w reprezentacji położeniowej . . . . .  | 141        |
| 10.1.4    | Operator pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .  | 142        |
| 10.1.5    | Zasada odpowiedniości w reprezentacji położeniowej . . . . .                                | 144        |
| 10.2      | Reprezentacja pędowa . . . . .  | 144        |
| 10.3      | Związek między reprezentacjami $ \vec{r}\rangle$ i $ \vec{p}\rangle$ . . . . .              | 146        |
| 10.3.1    | Funkcje własne pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .                                  | 147        |
| 10.3.2    | Zmiana reprezentacji – pary fourierowskie . . . . .   | 149        |
| 10.3.3    | Cząstka swobodna . . . . .  | 150        |
| 10.3.4    | Kłopoty interpretacyjne . . . . .   | 150        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>11</b> | <b>Zupełny zbiór obserwabli komutujących</b>   | <b>153</b> |
| 11.1      | Twierdzenia matematyczne . . . . .   | 154        |
| 11.2      | Zupełny zbiór obserwabli komutujących (ZZOK) . . . . .                                       | 157        |
| 11.3      | Uwagi praktyczne . . . . .   | 158        |
| <b>12</b> | <b>Postulaty mechaniki kwantowej</b>   | <b>161</b> |
| 12.1      | Postulat 1: wektor stanu . . . . .   | 162        |
| 12.2      | Postulat 2: obserwabla . . . . .   | 163        |
| 12.3      | Postulat 3: wyniki pomiarów – wartości własne obserwabli . . . . .                           | 164        |
| 12.4      | Postulat 4: prawdopodobieństwo wyników pomiarowych . . . . .                                 | 164        |
| 12.4.1    | Przypadek widma dyskretnego bez degeneracji . . . . .  | 164        |
| 12.4.2    | Przypadek widma dyskretnego z degeneracją . . . . .  | 165        |
| 12.4.3    | Przypadek widma ciągłego . . . . .   | 166        |
| 12.4.4    | Ogólne komentarze do postulatu 4 . . . . .   | 166        |
| 12.5      | Postulat 5: pomiar – redukcja wektora stanu . . . . .  | 167        |
| 12.6      | Postulat 6: ewolucja w czasie – równanie Schrödingera . . . . .                              | 168        |
| <b>13</b> | <b>Kwantowa teoria momentu pędu</b>  | <b>169</b> |
| 13.1      | Podstawowe definicje . . . . .   | 169        |
| 13.2      | Relacje komutacyjne . . . . .  | 170        |
| 13.3      | Ogólny operator moment pędu . . . . .  | 171        |
| 13.3.1    | Uogólnienia . . . . .  | 171        |
| 13.3.2    | Relacje komutacyjne . . . . .  | 172        |
| 13.4      | Wartości własne operatorów $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . . . . .                            | 174        |
| 13.4.1    | Wartość własna $m$ jest ograniczona . . . . .  | 175        |
| 13.4.2    | Własności $J_{\pm} j m\rangle$ . . . . .   | 176        |
| 13.4.3    | Wartości własne $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . . . . .                                       | 177        |
| 13.4.4    | Podsumowanie . . . . .   | 178        |
| 13.5      | Wektory własne operatorów $\vec{J}^2$ oraz $J_3 = J_z$ . Reprezentacja standardowa . . . . . | 179        |
| <b>14</b> | <b>Orbitalny moment pędu</b>   | <b>181</b> |
| 14.1      | Ogólne własności orbitalnego momentu pędu . . . . .  | 181        |
| 14.1.1    | Wartości własne i wektory własne . . . . .   | 182        |
| 14.1.2    | Elementy macierzowe . . . . .  | 182        |
| 14.2      | Orbitalny moment pędu w reprezentacji położeniowej . . . . .                                 | 183        |
| 14.2.1    | Współrzędne kartezjańskie i sferyczne . . . . .  | 183        |
| 14.2.2    | Operatory $L_k$ we współrzędnych sferycznych . . . . .                                       | 184        |
| 14.2.3    | Operator $\vec{L}^2$ we współrzędnych sferycznych . . . . .                                  | 185        |
| 14.2.4    | Wartości własne i funkcje własne $\vec{L}^2$ i $L_3$ . . . . .                               | 187        |
| 14.3      | Harmoniki sferyczne . . . . .  | 189        |
| 14.3.1    | Pożyteczne formuły . . . . .   | 190        |
| <b>15</b> | <b>Stany stacjonarne w potencjale centralnym</b>   | <b>193</b> |
| 15.1      | Kwantowe zagadnienie dwóch ciał . . . . .  | 193        |
| 15.1.1    | Separacja zmiennych w mechanice kwantowej . . . . .  | 193        |
| 15.1.2    | Wartości i funkcje własne hamiltonianu . . . . .   | 195        |
| 15.1.3    | Współrzędne sferyczne. Hamiltonian . . . . .   | 197        |
| 15.2      | Radialne równanie Schrödingera . . . . .   | 198        |
| 15.2.1    | Zupełny zbiór obserwabli komutujących . . . . .  | 198        |
| 15.2.2    | Radialne równanie Schrödingera . . . . .   | 200        |
| 15.2.3    | Zachowanie się funkcji radialnych w $r = 0$ . . . . .  | 201        |
| 15.3      | Podsumowanie . . . . .   | 202        |



|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>16</b> | <b>Atom wodoropodobny</b>  | <b>205</b> |
| 16.1      | Stabilność atomu . . . . .   | 206        |
| 16.1.1    | Dyskusja klasyczna . . . . .   | 206        |
| 16.1.2    | Dyskusja kwantowo-mechaniczna . . . . .                                    | 206        |
| 16.2      | Kwantowo-mechaniczna teoria atomu wodoropodobnego . . . . .                | 208        |
| 16.2.1    | Równanie radialne – własności . . . . .                                    | 208        |
| 16.2.2    | Rozwiązanie równania radialnego . . . . .                                  | 209        |
| 16.2.3    | Analiza rekurencji i kwantowanie energii . . . . .                         | 214        |
| 16.3      | Omówienie uzyskanych rezultatów . . . . .                                  | 217        |
| 16.3.1    | Poziomy energetyczne. Główna liczba kwantowa . . . . .                     | 217        |
| 16.3.2    | Radialne funkcje falowe . . . . .  | 219        |
| 16.3.3    | Średni rozmiar atomu . . . . .   | 222        |
| 16.4      | Podsumowanie . . . . .   | 223        |
| <b>17</b> | <b>Oddziaływanie z polem elektromagnetycznym</b>                           | <b>225</b> |
| 17.1      | Przybliżenie półklasyczne w mechanice kwantowej . . . . .                  | 225        |
| 17.1.1    | Hamiltonian . . . . .  | 225        |
| 17.1.2    | Nieziemniczość ze względu na cechowanie . . . . .                          | 226        |
| 17.1.3    | Ciągłość prądu prawdopodobieństwa . . . . .                                | 227        |
| 17.2      | Jednorodne pole magnetyczne . . . . .                                      | 229        |
| 17.2.1    | Wybór potencjału wektorowego . . . . .                                     | 229        |
| 17.2.2    | Hamiltonian . . . . .  | 230        |
| 17.2.3    | Dyskusja rzędów wielkości . . . . .  | 231        |
| 17.2.4    | Interpretacja członu paramagnetycznego i diamagnetycznego . . . . .        | 233        |
| 17.3      | Normalny efekt Zeemana dla atomu wodoropodobnego . . . . .                 | 235        |
| 17.3.1    | Poziomy energetyczne . . . . .   | 235        |
| 17.3.2    | Dyskusja fizyczna . . . . .  | 236        |
| <b>18</b> | <b>Teoria spinu 1/2</b>  | <b>239</b> |
| 18.1      | Braki dotychczasowej teorii . . . . .                                      | 239        |
| 18.2      | Postulaty teorii Pauliego . . . . .  | 240        |
| 18.3      | Macierze Pauliego i operatory spinu 1/2 . . . . .                          | 243        |
| 18.4      | Nierelatywistyczny opis cząstki o spinie 1/2 . . . . .                     | 246        |
| 18.4.1    | Wektory stanu – spinory . . . . .  | 246        |
| 18.4.2    | Operatory i ich działanie na spinory . . . . .                             | 247        |
| 18.4.3    | Obliczanie prawdopodobieństw i wartości oczekiwanych . . . . .             | 248        |
| <b>19</b> | <b>Dodawanie momentów pędu</b>   | <b>251</b> |
| 19.1      | Całkowity moment pędu . . . . .  | 251        |
| 19.1.1    | Przykład kwantowo-mechaniczny . . . . .                                    | 251        |
| 19.1.2    | Oddziaływanie spin-orbita – dyskusja wstępna . . . . .                     | 253        |
| 19.2      | Dodawanie dwóch momentów pędu . . . . .                                    | 255        |
| 19.2.1    | Omówienie ogólne . . . . .   | 255        |
| 19.2.2    | Podstawowe własności operatora $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ . . . . . | 256        |
| 19.2.3    | Wartości własne (liczby kwantowe) $J$ oraz $M$ . . . . .                   | 258        |
| 19.2.4    | Wektory własne operatorów $\vec{J}^2$ i $J_3$ . . . . .                    | 259        |
| 19.3      | Współczynniki Clebscha-Gordana (CG) . . . . .                              | 264        |
| 19.3.1    | Własności współczynników CG . . . . .                                      | 265        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>20</b> | <b>Stacjonarny rachunek zaburzeń</b>   | <b>273</b> |
| 20.1      | Istota problemu . . . . .  | 273        |
| 20.2      | Rachunek zaburzeń dla stanu niezdegenerowanego . . . . .                     | 275        |
| 20.2.1    | Formalizm matematyczny . . . . .   | 276        |
| 20.2.2    | Poprawki pierwszego i drugiego rzędu . . . . .                               | 277        |
| 20.2.3    | Dyskusja uzyskanych rezultatów . . . . .                                     | 280        |
| 20.3      | Rachunek zaburzeń dla stanu zdegenerowanego . . . . .                        | 281        |
| 20.3.1    | Formalizm rachunku zaburzeń z degeneracją . . . . .                          | 282        |
| 20.3.2    | Dyskusja macierzy zaburzenia . . . . .                                       | 284        |
| 20.3.3    | Podsumowanie . . . . .   | 286        |
| 20.3.4    | Przykłady zastosowań . . . . .   | 287        |
| <b>21</b> | <b>Rachunek zaburzeń z czasem</b>  | <b>289</b> |
| 21.1      | Przybliżone rozwiązanie równania Schrödingera . . . . .                      | 290        |
| 21.1.1    | Wpływ zewnętrznego zaburzenia . . . . .                                      | 290        |
| 21.1.2    | Prawdopodobieństwo przejścia w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń . . . . . | 291        |
| 21.2      | Zaburzenie harmoniczne . . . . .   | 293        |
| 21.2.1    | Prawdopodobieństwo przejścia . . . . .                                       | 294        |
| 21.2.2    | Własności funkcji pomocniczych . . . . .                                     | 296        |
| 21.2.3    | Przybliżenie rezonansowe . . . . .   | 298        |
| 21.2.4    | Zaburzenie stałe w czasie . . . . .  | 301        |
| 21.2.5    | Szerokość rezonansu i zasada nieoznaczoności . . . . .                       | 302        |
| 21.2.6    | Warunki stosowalności . . . . .  | 302        |
| 21.2.7    | Podsumowanie . . . . .   | 304        |
| 21.3      | Sprzężenie ze stanami z kontinuum . . . . .                                  | 305        |
| 21.3.1    | Dyskusja problemu . . . . .  | 305        |
| 21.3.2    | Złota reguła Fermiego . . . . .  | 306        |
| <b>22</b> | <b>Oddziaływanie atomów z falą elektromagnetyczną</b>                        | <b>309</b> |
| 22.1      | Hamiltonian oddziaływania . . . . .  | 309        |
| 22.2      | Układ atomowy . . . . .  | 309        |
| 22.3      | Oddziaływanie z falą elektromagnetyczną . . . . .                            | 310        |
| 22.3.1    | Fala płaska. Hamiltonian oddziaływania z atomem . . . . .                    | 311        |
| 22.4      | Prawdopodobieństwo przejścia . . . . .                                       | 313        |
| 22.4.1    | Przybliżenie dipolowe . . . . .  | 313        |
| 22.4.2    | Uzasadnienie zaniedbania członu $\vec{S} \cdot \vec{B}$ . . . . .            | 315        |
| 22.4.3    | Obliczenia . . . . .   | 316        |
| 22.5      | Reguły wyboru . . . . .  | 317        |
| 22.5.1    | Polaryzacja liniowa . . . . .  | 318        |
| 22.5.2    | Polaryzacja kołowa . . . . .   | 319        |
| 22.5.3    | Uwagi dodatkowe . . . . .  | 320        |
| 22.6      | Stosowalność rachunku zaburzeń . . . . .                                     | 320        |
| 22.7      | Współczynniki $A$ i $B$ Einsteina . . . . .                                  | 322        |
| 22.7.1    | Promieniowanie ciała doskonale czarnego. Teoria Einsteina . . . . .          | 322        |
| 22.7.2    | Wyniki kwantowo-mechaniczne . . . . .  | 325        |
| 22.7.3    | Uśrednienie po orientacjach dipola atomowego . . . . .                       | 325        |
| 22.7.4    | Współczynnik $A$ emisji spontanicznej . . . . .                              | 326        |
| 22.7.5    | Czas życia wzbudzonego stanu atomowego . . . . .                             | 326        |
|           | <b>Bibliografia</b>  | <b>327</b> |
|           | <b>Skorowidz</b>   | <b>329</b> |

# Od Autora

## 0.1 Mechanika kwantowa nie jest łatwa

Mechanika kwantowa jest w moim przekonaniu najtrudniejszym i chyba najważniejszym przedmiotem wykładanym w trakcie uniwersyteckich studiów fizyki. Jej trudność wynika z wielu powodów.

Po pierwsze, mechanika kwantowa wymaga odrzucenia wielu nawyków i intuicyjnych przyzwyczajzeń typowych dla fizyki klasycznej i życia codziennego. Na przykład, doskonale znane i zrozumiałe pojęcie toru ruchu ciała materialnego jest zupełnie nieadekwatne, by nie rzec fałszywe, w obszarze mikroświata opisywanego za pomocą mechaniki kwantowej. Studiując ten przedmiot trzeba włożyć wiele trudu, aby porzucić argumenty i sposób myślenia właściwy dla makroświata, w którym żyjemy.

Po drugie, przewidywania mechaniki kwantowej są, z natury rzeczy, statystyczne. Nie możemy przewidzieć, jak będzie przebiegać dane zjawisko czy efekt fizyczny. Możemy jedynie powiedzieć, że z takim lub innym prawdopodobieństwem zdarzy się taki czy inny wynik eksperymentu.

Po trzecie, formalizm matematyczny mechaniki kwantowej jest zasadniczo inny. Mówiąc w sporym uproszczeniu – fizyka klasyczna bazuje przede wszystkim na równaniach różniczkowych. Tak jest w mechanice klasycznej, elektrodynamice i termodynamice. Natomiast mechanika kwantowa „żyje” w przestrzeniach Hilberta – przestrzeniach wektorowych z iloczynem skalarnym. Konkretnie zastosowania prowadzą do trudnego pojęcia reprezentacji. Najpopularniejsza z nich – położeniowa – pozwala zapisać równanie Schrödingera w postaci równania różniczkowego. Dzięki temu możemy używać narzędzi analizy matematycznej takich samych jak w fizyce klasycznej. Nie jest moim celem ściśle omówienie aparatu matematycznego mechaniki kwantowej. Jedynym, jak mi się wydaje, bezdyskusyjnym faktem jest to, że matematyka mechaniki kwantowej sprawia wiele trudności studentowi, który dopiero zapoznaje się z przedmiotem.

Kolejnym powodem, dla którego studiowanie mechaniki kwantowej jest trudne, są podręczniki. Zdanie powyższe może, na pierwszy rzut oka, wydać się dziwaczne. Przecież podręczniki mają służyć studentowi jako pomoc i drogowskaz w studiowaniu. Istnieje wiele podręczników lepszych i gorszych, różniących się, czasem zasadniczo, objętością materiału. W języku polskim są dostępne (przykładowo, bowiem pewnie nie znam wszystkich) podręczniki [7, 12, 25, 31, 32]. Ważnym źródłem jest także książka [24] stanowiąca część fundamentalnego kursu fizyki teoretycznej napisanego pod kierownictwem jednego z najwybitniejszych fizyków XX wieku – Lwa Dawidowicza Landaua. Na zakończenie (z konieczności skrótowego i niepełnego) przeglądu należy także wskazać zbiór zadań z mechaniki kwantowej [8], którego wielką zaletą jest to, że zawiera obszerne wskazówki do rozwiązań większości zadań.

Powstaje więc naturalne pytanie: po co pisać nowe podręczniki, takie jak niniejszy. Odpowiedź jest wieloraka.

Po pierwsze, wykład mechaniki kwantowej prowadzony zazwyczaj na trzecim roku uniwersyteckich studiów z fizyki jest wykładem semestralnym. Wobec tego zakres przedstawionych zagadnień jest ograniczony do omówienia zasadniczych zasad mechaniki kwantowej oraz najważniejszych i fundamentalnych problemów.

Po drugie, treści zawarte w wyżej podanych podręcznikach są na ogół znacznie bardziej obszerne niż materiał podstawowego wykładu mechaniki kwantowej. Utrudnia to studium selekcję i rozróżnienie, co jest naprawdę ważne i zgodne z (typowym) programem wykładów. Co więcej, w wielu podręcznikach długie i złożone przekształcenia matematyczne są potraktowane skrótowo albo też sformułowane w postaci zadań (zwykle bez odpowiedzi). Student „ginie” w gąszczu czysto matematycznych wyprowadzeń i przestaje koncentrować się na fizyce, usiłując uzupełnić brakujące kroki matematyczne.

I wreszcie po trzecie, moim zasadniczym celem jest ominięcie wspomnianych wyżej trudności, na jakie może napotkać student poznający mechanikę kwantową. Wyprowadzenia matematyczne są (na ogół) przedstawione metodą „krok po kroku”. Wyjątkami są naprawdę elementarne obliczenia, a także obliczenia całek, gdzie odsyłam do tablic całek.

Chciałbym tu przywołać zupełnie (moim zdaniem) nadzwyczajne dzieło. Jest nim monumentalny, liczący ponad 1000 stron, dwutomowy podręcznik autorstwa Cohena-Tannoudjiego, Diu i Laloë [11]. Niestety książka ta jest trudno dostępna i to tylko w wersji angielskiej. Podręcznikowi temu zawdzięczam bardzo wiele. Niniejszy skrypt powstał pod wielkim wpływem Cohena-Tannoudjiego i jego współpracowników. W wielu miejscach powinienem zawrzeć odpowiednie odnośniki. Czynię to rzadko, aby nie zakłócać studiów osobie początkującej. Niemniej jednak pragnę wyrazić swoje uznanie i podziękowania autorom pracy o niezwykłych walorach pedagogicznych, zawierającej (w porównaniu z innymi książkami) ogromną liczbę przykładów i pięknych dyskusji fizycznych.

Powyższe uwagi (przynajmniej częściowo) wyjaśniają motywy, jakie mi przyświecały w trakcie przygotowywania tego skryptu. Prace nad nim rozpocząłem tuż pod koniec XX wieku. Kontynuuję je do dziś, ciągle wprowadzając uzupełnienia i poprawiając usterki, więc „rzecz rośnie”. Dalej wyjaśniam to bardziej konkretnie.

Pozostaje pytanie, na ile mój skrypt pozwoli ominąć opisane wyżej trudności. Zawsze będę wdzięczny Czytelnikom za wszelkie uwagi. Rzeczą ludzką jest się mylić, więc na pewno nie udało mi się uniknąć błędów drukarskich czy językowych. Mam natomiast nadzieję, że nie ma tu żadnych poważnych błędów merytorycznych. Proszę o uwagi i komentarze (zawsze można coś poprawić) na mój email: [fizsk@ug.edu.pl](mailto:fizsk@ug.edu.pl).

Na zakończenie pragnę wyrazić swoje podziękowania. Przede wszystkim dziękuję Studentom – słuchaczom moich wykładów. Wychwycili oni wiele usterek i błędów typograficznych. Ponadto, ich komentarze pozwoliły mi poprawić i uściślić wyjaśnienia wielu trudnych zagadnień.

Serdecznie dziękuję recenzentowi Panu Profesorowi Andrzejowi Raczyńskiemu za wskazanie wielu niedociągnięć i niejasności. Sądzę, że Jego uwagi przyczyniły się do istotnej poprawy klarowności prowadzonych przeze mnie rozważań.

Dziękuję Pani dr Annie Przysiężnej, która przygotowując się do obrony swej (światnej) rozprawy doktorskiej, zwróciła mi uwagę na usterki. Pani Anno, dziękuję.

Dziękuję Panu dr. Krzysztofowi Sczygielskiemu za pomoc w końcowych etapach redakcji tej książki. Jego znakomita znajomość metod matematycznych fizyki była wielce pożyteczna przy formułowaniu zasad mechaniki kwantowej, a także przy dopracowaniu szczegółów ich dyskusji.

## 0.2 Informacje dla Czytelnika

Niniejsza książka jest (najważniejszym) fragmentem większego projektu rozpoczętego pod koniec ubiegłego wieku. Wtedy mój wspaniały mentor i niezwykle nauczyciel prof. dr hab. Jan Fiutak przeszedł na emeryturę. Przejąłem po Nim prowadzenie wykładu (a niekiedy także i ćwiczeń) z mechaniki kwantowej. Efektem mojej wieloletniej pracy jest skrypt internetowy składający się z kilku części. Są nimi:

1. *Część główna* – semestralny wykład.
2. *Uzupełnienia i ćwiczenia* – trzon ćwiczeń rachunkowych, ale nie tylko.
3. *Zagadnienia dodatkowe* – do wyboru (jeśli czas pozwala).
4. *Zadania* – do ewentualnego wykorzystania na ćwiczeniach, jak i w ramach tzw. pracy własnej studenta.
5. *Dodatki matematyczne* – informacje uzupełniające powyższe części.

Wszystkie pięć części skryptu mojego autorstwa można znaleźć w internecie pod adresem <http://iftia9.univ.gda.pl/~sjk/>.

Poniższe wyjaśnienia służą wyjaśnieniu konstrukcji całego skryptu. Chyba jednak najważniejsze są uwagi dotyczące *Uzupełnień i ćwiczeń*.

**Ad 1.** Niniejsza książka stanowi nieco wzbogaconą, i poprawioną, *Część główną*. Jej treść to trzon 45-godzinny wykładu podstawowych zasad mechaniki kwantowej. Wybór omawianych problemów i zagadnień jest oczywiście wyrazem mojego osobistego spojrzenia na fundamentalną strukturę podstaw mechaniki kwantowej. Innymi słowy, jest to wykład czysto autorski.

**Ad 2.** *Uzupełnienia i ćwiczenia* są integralną częścią zajęć (wykładów i ćwiczeń audytoryjnych) z mechaniki kwantowej. Pewne treści tam zawarte stanowią uzupełnienie wykładu, a inne są przedmiotem ćwiczeń rachunkowych. Książka, którą Czytelnik ma w ręku, jest więc „niepełna”, ale umieszczenie w niej treści zawartych w *Uzupełnieniach i ćwiczeniach* skutkowało niemal podwojeniem jej objętości.

Uważam, że pełne zrozumienie treści zawartych w tej książce wymaga równoległego korzystania z *Uzupełnień i ćwiczeń*, stąd w treści książki jest wiele odwołań do nich. Odwołania te nie są jednak całkiem precyzyjne. Jest tak dlatego, że praktycznie wszystkie rozdziały *Uzupełnień i ćwiczeń* mają te same tytuły co rozdziały tej książki. Jest jeden wyjątek – gdy tytuł jest „rozszerzony” w stosunku do tego książkowego. I wreszcie ostatni komentarz. Książka wydrukowana jest „zamknięta”. Planuję natomiast ciągnąć pracę nad udoskonalaniem *Uzupełnień i ćwiczeń*, choć ich zasadnicza struktura pozostanie bez zmian.

**Ad 3.** *Zagadnienia dodatkowe* są (jak sama nazwa wskazuje) rozszerzeniem *Części głównej*, a więc i tej książki. Są tam omawiane problemy nie będące treścią zasadniczego

wykładu. Są przeznaczone przede wszystkim dla studentów, którzy chcą samodzielnie uzyskać szersze spojrzenie na niektóre poruszane tu zagadnienia. Ponadto są tam zawarte koncepcje, którą mogą być przydatne dla osób studiujących mechanikę kwantową według programu innego niż proponowany w tej pracy.

Zamierzam rozbudowywać *Zagadnienia dodatkowe*. Dostępne w internecie *Uzupełnienia i ćwiczenia* będą nieznacznie poprawiane i doskonalone. Tu natomiast planuję sukcesywne rozbudowywanie o nowe rozdziały. Trudno mi jednak powiedzieć, kiedy to nastąpi.

- Ad 4.** Ta część skryptu jest zebraniem przykładowych zadań, które (oczywiście nie wszystkie) wykorzystuję prowadząc ćwiczenia rachunkowe z mechaniki kwantowej. Niestety nie ma tam ani wskazówek, ani pełnych rozwiązań. Zainteresowanym proponuję kontakt emailowy pod adresem wskazanym w poprzedniej części przedmowy.
- Ad 5.** Mechanika kwantowa jest działem fizyki trudnym pod względem stosowanych w niej metod matematycznych. Student rozpoczynający naukę mechaniki kwantowej powinien być do tego przygotowany. Służą temu (prowadzone zazwyczaj na drugim roku studiów) wykłady metod matematycznych fizyki (MMF). Ponadto wszystkie niezbędne informacje można znaleźć w ogromnej literaturze poświęconej MMF. Niemniej uznałem, że pewne przydatne informacje warto zgromadzić w jednym miejscu, po to aby student nie musiał „obłożyć się” literaturą matematyczną.

Mam nadzieję, że po tych uwagach, wyjaśniających strukturę mojego skryptu internetowego, student rozpoczynający studiowanie mechaniki kwantowej skorzysta ze wszystkich proponowanych tu źródeł. Oczywiście deklaruję też ewentualną pomoc za pośrednictwem emaila.

Stanisław Kryszewski

Gdańsk, 13 listopada 2018